PROYECTO DE PUENTE SOBRE EL RIO ITATA

(Continuacion)

§ II.—CÁLCULOS CIFRADOS

a) Suponemos que el arco lleve una carga uniforme de p kilos por metro corrido, sobre su media lonjitud. Vamos a avaluar a q, $\bar{n}$ i d, valiéndonos de la ecuaciones (21) (22) i (23).

Debemos préviamente calcular las integrales que figuran en estas ecuaciones, i de las cuales seis pertenecen a la brida superior del arco i tres, a la inferior; aplicaremos con este objeto la fórmula de Simpson.

BRIDA SUPERIOR

Las integrales que se refieren a esta brida son:

$$\int_A^D \frac{(L-x)^2}{h} d\,x, \int_A^D \frac{d\,x}{h}, \int_A^D d\,x$$

$$\int_A^D \frac{(L-x)^3}{h^2} d\,x, \int_A^D \frac{(L-x)^2}{h^2} d\,x, \int_A^D \frac{d\,x}{h^2}$$

La brida superior tiene un largo

$$L=20{,}25 \text{ m.}$$

dividámosla en 10 partes iguales, de 2,025 m. cada una, obteniendo así para el valor de la equidistancia $\Delta\,x$ que figura en la fórmula de Simpson:

$$\Delta\,x=2{,}025 \text{ m.}$$

$$\frac{\Delta\,x}{3}=0{,}675 \text{ m.}$$

Tracemos por los puntos de division perpendiculares a la brida superior, las cuales nos darán los valores de h por sus porciones comprendidas entre las dos bridas; del mismo modo las x de las ecuaciones se refieren a los puntos en que esas normales cortan a la brida inferior.

En la figura correspondiente (fig. 21) hemos medido los valores de h i $L-x$; con estos datos hemos formado el cuadro siguiente:

CUADRO I

BRIDA SUPERIOR

Núms.	h	$\frac{1}{h}$	$\frac{1}{h^2}$	$L-x$	$(L-x)^2$	$(L-x)^3$	$\frac{(L-x)^2}{h}$	$\frac{(L-x)^2}{h^2}$	$\frac{(L-x)^3}{h^2}$
	m.			m.	m^2	m^3	m.		m.
1	4,800	0,20833	0,04340	20,250	410,06250	8303,76563	85,42832	17,79671	360,38343
2	4,150	0,24121	0,05818	18,225	332,15063	6053,44525	80,11805	19,32452	352,18944
3	3,450	0,28986	0,08402	16,200	262,44000	4251,52800	76,07086	22,05021	357,21338
4	2,800	0,35714	0,12755	14,175	200,93063	2848,19168	71,76037	25,52970	363,28685
5	2,300	0,43478	0,18903	12,150	147,62250	1793,61338	64,18331	27,90508	339,04674
6	1,850	0,54054	0,29218	10,125	102,51563	1037,97075	55,41380	29,95302	303,27429
7	1,460	0,68966	0,47563	8,100	65,61000	531,44100	45,24859	31,20608	252,76928
8	1,150	0,86957	0,75615	6,075	36,90563	224,20170	32,09213	27,90619	169,53012
9	1,000	1,00000	1,00000	4,050	16,40250	66,43013	16,40250	16,40250	66,43013
10	0,875	1,14286	1,30613	2,025	4,10063	8,30378	4,68645	5,35596	10,84582
11	0,800	1,25000	1,56250	0,000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

Con los datos reunidos en este cuadro podemos determinar el valor numérico de las integrales que se refieren a la brida superior, aplicando, como hemos dicho, la fórmula de Simpson. Llegamos así a los resultados que se indican a continuacion:

1.ª
$$\int_A^D dx = \int_O^L dx = L = 20{,}25 \text{ m.}$$

2.ª
$$\int_A^D \frac{dx}{h} = \frac{\Delta x}{3}\left[\frac{1}{h_1}+\frac{1}{h_{11}}+4\left(\frac{1}{h_2}+\frac{1}{h_4}+\frac{1}{h_6}+\frac{1}{h_8}+\frac{1}{h_{10}}\right)+\right.$$

$$\left.+2\left(\frac{1}{h_3}+\frac{1}{h_5}+\frac{1}{h_7}+\frac{1}{h_9}\right)\right].$$

$$\int_A^D \frac{dx}{h} = 0{,}675\left[\begin{matrix}0{,}20833\\+1{,}25000\end{matrix} + 4\times\left\{\begin{matrix}0{,}24121\\+0{,}35714\\+0{,}54054\\+0{,}86957\\+1{,}14286\end{matrix}\right. + 2\times\left\{\begin{matrix}0{,}28986\\+0{,}43478\\+0{,}68966\\+1{,}00000\end{matrix}\right.\right]$$

$$\int_A^D \frac{dx}{h} = 12{,}752$$

3.ª
$$\int_A^D \frac{dx}{h^2} = 0{,}675\,(1{,}60590 + 4\times 2{,}54019 + 2\times 1{,}74868)$$

$$\int_A^D \frac{dx}{h^2} = 10{,}303$$

4.ª
$$\int_A^D \frac{(L-x)^2}{h}dx = 0.675\,(85{,}42832 + 4\times 244{,}0707 + 2\times 201{,}90526)$$

$$\int_A^D \frac{(L-x)^2}{h}dx = 989{,}227$$

5.ª
$$\int_A^D \frac{(L-x)^2}{h^2}dx = 0{,}675\,(17{,}79671 + 4\times 108{,}06939 + 2\times 97{,}56387)$$

$$\int_A^D \frac{(L-x)^2}{h^2}\,dx = 435{,}511$$

6.ª $$\int_A^D \frac{(L-x)^3}{h^2}\,dx = 0{,}675\,(360{,}38343 + 4 \times 1199{,}12652 + 2 \times 1015{,}45953)$$

$$\int_A^D \frac{(L-x)^3}{h^2}\,dx = 4.851{,}771$$

BRIDA INFERIOR

Para esta brida tenemos las integrales:

$$\int_A^D \frac{(L-x')^3}{h'^2}\,ds,\quad \int_A^D \frac{(L-x')^2}{h'^2}\,ds,\quad \int_A^D \frac{ds}{h'^2}$$

Determinemos ante todo el desarrollo del arco $o\,c$ (fig. 7).

$$tg\,\frac{a}{2} = \frac{4}{20{,}25} = 0{,}19753$$

$$\frac{a}{2} = 11^\circ\ 10'\ 30''$$

$$\text{arco } o\,c = 20{,}53 \text{ m.}$$

Dividamos la semi-brida en diez partes iguales de 2,053 m. de largo:

$$\Delta\, s = 2{,}053 \text{ m.}$$

$$\frac{\Delta\, s}{3} = 0{,}68433\text{m.}$$

Trazando las perpendiculares a la brida inferior por los puntos de division i midiendo los trozos de ellas comprendidos entre las dos bridas (fig. 22), obtendremos los valores de h' que debemos introducir al aplicar la fórmula de Simpson a la resolucion de aquellas integrales. Igualmente las absisas de los puntos en que dichas perpendiculares cortan a la brida superior, serán los valores de x' que necesitamos. Con estos datos hemos formado el cuadro II.

CUADRO II

BRIDA INFERIOR

Núms.	h'	$\frac{1}{h'}$	$\frac{1}{h'^2}$	$L-x'$	$(L-x')^2$	$(L-x')^3$	$\frac{L-x'^2}{h'^2}$	$\frac{(L-x')^3}{h'^2}$
				m	m^2	m^3		m
1	4,55	0,21978	0,04830	20,250	410,06250	8303,76563	19,80602	401,07188
2	4,44	0,22523	0,05073	19,800	392,04000	7762,39200	19,88819	393,78615
3	3,63	0,27548	0,07589	17,325	300,15563	5200,19629	22,77881	394,64290
4	2,91	0,34364	0,11809	14,985	224,55023	3364,88520	26,51714	397,35929
5	2,36	0,42372	0,17954	12,700	161,29000	2048,38300	28,95801	367,76668
6	1,88	0,53191	0,28293	10,475	109,72563	1149,37597	31,64467	325,19296
7	1,47	0,68027	0,46277	8,350	69,72250	582,18288	32,26548	269,41677
8	1,16	0,86215	0,74330	6,220	38,68840	240,64185	28,75709	178,86909
9	1,003	0,99601	0,99204	4,125	17,01563	70,18947	16,88019	69,63076
10	0,877	1,14025	1,30017	2,080	4,32640	8,99891	5,62506	11,70011
11	0,800	1,25000	1,56250	0	0	0	0	0

1.ª $$\int_A^D \frac{ds}{h'^2} = 0{,}68433 \int 1{,}6108 + 4 \times 2{,}49522 + 2 \times 1{,}71024 \int = 10{,}273$$

2.ª $$\int_A^D \frac{(L-x')^2}{h'^2}\, ds = 0{,}68433 \int 19{,}80602 + 4 \times 111{,}83215 + 2 \times 100{,}88249 \int = 457{,}748$$

3.ª $$\int_A^D \frac{(L-x')^3}{h'^2}\, ds = 0{,}68433 \int 401{,}07188 + 4 \times 1306{,}9076 + 2 \times 1101{,}45705 \int = 5.359{,}410$$

Calculados ya los valores numéricos de las integrales que figuran en las ecuaciones (21), (22) i (23) podemos determinar los de q, π i d:

$$\frac{p}{2} \times 989{,}227 = 2.\ q.\ d \times 12{,}752 + 2\ q \times 20{,}25$$

$$\frac{p}{2}\ (4851{,}771 + 5359{,}41) = 2\ \pi\ (435{,}511 + 457{,}748)$$

$$\frac{p}{2}\ (435{,}511 + 457{,}748) = 2\ q\ d\ (10{,}303 + 10{,}273) + 2\ q \times 12{,}752$$

de donde:

$$q = 8{,}8224\ p. \qquad (24)$$
$$\pi = 2{,}8578\ p. \qquad (25)$$
$$d = 0{,}611 \text{ metros.} \qquad (26)$$

El estado de solicitacion de las dos semi-bridas para la media sobrecarga será el de la fig. 23.

b) Para la carga p obrando sobre toda la viga los resultados anteriores de cada semi-viga se suman aljebraicamente (fig. 24):

$$\pi = 0 \qquad (27)$$
$$q = 2 \times 8{,}8224\ p. = 17{,}6448\ p \qquad (28)$$
$$d = 0{,}611 \text{ metros.} \qquad (29)$$

§ III DIMENSIONES TRASVERSALES

Poseemos ahora todos los elementos para el cálculo de los arcos. Consideraremos tres estados distintos de solicitacion:

Peso muerto solo,

Peso muerto i sobrecarga completa i

Peso muerto i media sobrecarga.

1.°) Peso muerto solo.

Hemos hecho ya el avalúo del peso muerto, que se eleva a 670 k. por metro corrid(

de viga. Reemplazando a p por este valor en las igualdades (27), (28) i (29), tendremos

$$\pi = 0$$
$$q = 11{,}822 \text{ k.}$$
$$d = 0{,}611 \text{ m.}$$

Estas fuerzas nos permiten hacer el cálculo completo del enrejado que constituye el arco; pero, como las fatigas de sus distintas piezas son proporcionales al valor de p, hemos preferido considerar el caso en que actúan sobre la viga el peso muerto i la sobrecarga completa, i deducir de las tensiones que a este caso se refieren las que corresponden al peso muerto solo, multiplicando a aquellas por la razon que existe entre los valores de p para ambos estados de solicitacion$\left(\frac{670}{1510}\right)$.

2.º) Peso muerto i sobrecarga completa.

peso muerto por metro corrido de viga....	= 670 k.
sobrecarga uniforme » » »	= 840 »
Total..................	1,510 k.

Obtenemos, como anteriormente:

$$\pi = 0$$
$$q = 26{,}644 \text{ k.}$$
$$d = 0{,}611 \text{ m.}$$

Para hacer el cálculo del enrejado, supondremos que el peso muerto i la sobrecarga esten localizados i aplicados en los puntos de ensamble de los travesaños a las vigas. El arco que estudiamos está dividido en 20 paños de 2,025 m. de largo; luego las cargas en los nudos que corresponderán a una media viga se repartirán como sigue:

Nudos central i estremal... $\frac{1510 \times 2{,}025}{2} = 1{,}529$ k.

» intermedios......... $1{,}529 \times 2 = 3{,}058$ k.

Obtenemos ademas como carga total sobre toda la lonjitud del medio arco 30,580 k.

El estado de solicitacion es el que indica la fig. 25 el empuje horizontal de 26,644 k se encuentra aplicado en la seccion en la llave en un punto G situado a 0,611 m. sobre el centro de gravedad D de la brida superior.

a) Cálculo de las cabezas.

Primer paño.—Hagamos en él una seccion que corte a la diagonal i a las dos bridas, consideradas ámbas como rectilíneas, i llamemos

X_1 = Esfuerzo solicitante de la brida superior.
Y_1 = » » de la brida inferior.
Z_1 = » » de la diagonal.

Escribamos ahora la ecuacion de momento con relacion al punto 2: el momento de las fuerzas esteriores, que vale:

$$1529 \times 18{,}225 + 8 \times 3{,}058 \times \frac{18{,}225}{2} - 27{,}644\,(0{,}611 + 4{,}15) = 123{,}942 \text{ k.m.}$$

deberá equililibrar al de las fuerzas X_1 e Y_1 i Z_1:

$$123{,}942 = 4{,}15\ X_1$$

$$X_1 = \frac{123{,}942}{4{,}15} = 29{,}865 \text{ k.}$$

Para obtener el valor de Y_1, escribamos la ecuacion de momentos con relacion al nudo A:

$$30{,}580 \times \frac{20{,}25}{2} - 26{,}644 \times 0{,}611 = -4{,}60\,Y_1$$

$$Y_1 = -63{,}770 \text{ k.}$$

El brazo de palanca de Y_1 lo hemos tomado a escala en un depurado especial.

Concluimos de aquí que, en el primer paño, la brida superior está estendida i la inferior, comprimida.

La seccion de la brida superior es la siguiente:

1 plancha de	300 × 10		3,000	mm.²
1 » »	320 × 8	8	2,560	»
2 cantoneras de	80 × 80		2,432	»
		Total	7,992	»

Como se trata de una pieza estendida, debemos descontar de esta seccion la que corresponde a dos agujeros para remaches de 20 mm. (union de su tabla superior a las cantoneras.)

$$2 \times 20 \times 18 = 720 \text{ mm.}^2$$

luego la seccion útil de su pieza valdrá:

$$7.992 - 720 = 7.272 \text{ mm.}^2$$

La fatiga de la brida será de:

$$\frac{29.865}{7.272} = 4{,}11 \text{ k./mm.}^2$$

La seccion de la brida inferior vale:

2 planchas de	300 × 10		6,000	mm.²
1 » »	320 × 8	8	2,560	»
2 cantonera de	80 × 80		2,432	»
		Total	10,992	»

i su tasa de trabajo:

$$-\frac{63.770}{10.992} = 5{,}8 \text{ k./mm.}^2$$

Aquí no hemos descontado los agujeros de los remaches, por tratarse de una pieza comprimida, pero en los trozos estendidos de esta brida debemos disminuir su seccion de:

$$2 \times 20 \times 28 = 1.120 \text{ mm.}^2$$

lo que la reduce a

$$10.992 - 1120 = 9.872 \text{ mm.}^2$$

Segundo paño.—Para este paño, i para los que siguen, procederemos de una manera absolutamente análoga.

b) Cálculo de los montantes i diagonales.

Primer paño.—Estudiemos el equilibro al rededor del nudo O: allí los esfuerzos que se equilibran son:

Un esfuerzo m_0 debido a la accion del montante, un esfuerzo de 63.770 k. debido a la compresion del elemento 21 de la brida inferior, una reaccion vertical de 30.580 k i una reaccion horizontal H_0.

El polígono de las fuerzas nos da la compresion del montante i la reaccion horizontal (fig. 28:) (1)

$$m_0 = -8.600 \text{ k.}$$
$$H_0 = 59,875 \text{ »}$$

Tendremos ahora en el nudo A: una carga local de 1.529 k., un esfuerzo de 29.865 k debido a la accion del elemento 1 de la brida superior, un esfuerzo Z_1, debido a la diagonal 22, i una fuerza de 8.600 debida a la accion del montante, i una reaccion horizontal H_1.

El depurado nos da:

$$Z_1 = 7.880 \text{ k.}$$
$$H_1 = 33\,250 \text{ k.}$$

Segundo paño.—En el nudo 2 hemos construido el polígono de las cuatro fuerzas allí aplicadas. Como tres de ellas son conocidas, el problema es mas que determinado. circunstancia que nos permite comprobar los cálculos hechos anteriormente para las bridas.

Esta observacion se estiende a todos los demas nudos, cuyo estado de equilibrio hemos estudiado en los depurados.

Se ha conseguido, por medio de los cálculos espuestos anteriormente, formar el cuadro III, que contiene el cálculo completo de las fatigas del enrejado bajo la accion del peso muerto i la sobrecarga total.

(1) Este depurado i todos los que ha sido necesario dibujar, aparecen acompañados en una escala mui reducida, con relacion a la en que fueron ejecutados.

(Continuará).

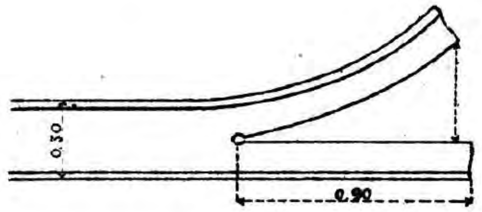


Fig. 0

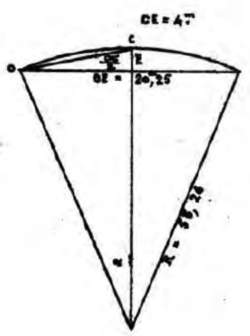


Fig. 7.

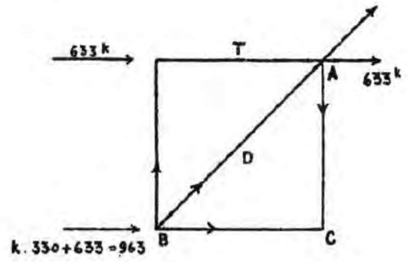


Fig. 8.

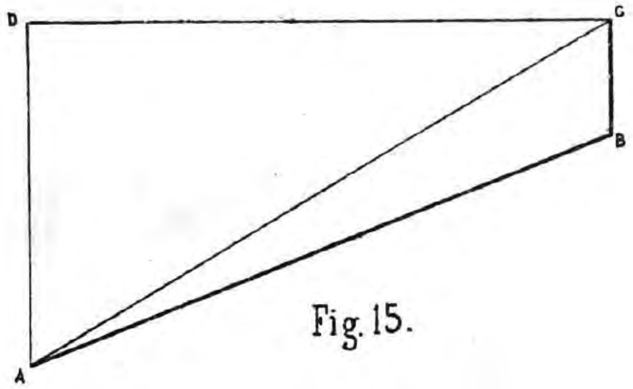


Fig. 15.

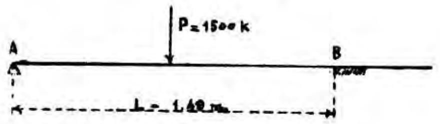


Fig. 1.

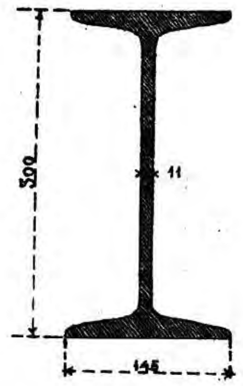


Fig. 6.


Fig. 9

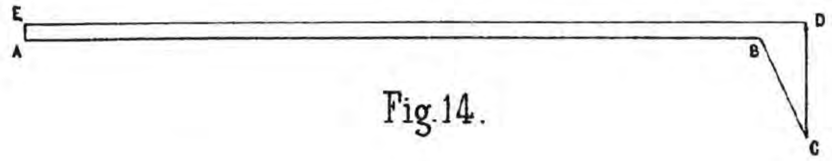


Fig. 14.

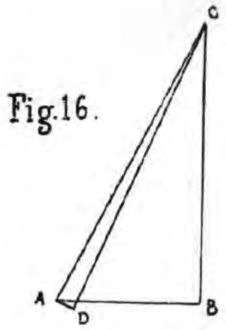


Fig. 16.

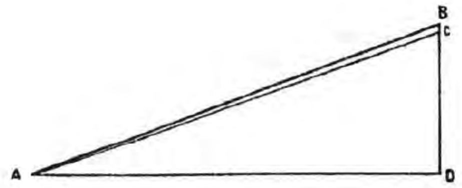


Fig. 10.

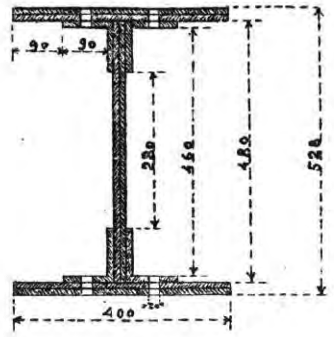
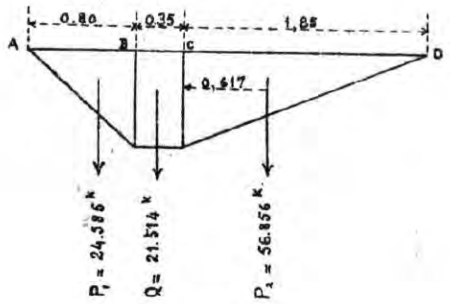


Fig. 13.

Fig. 17.



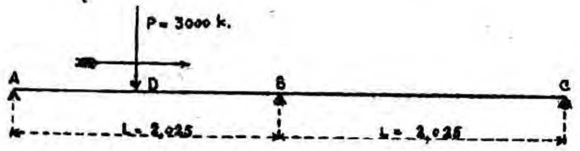


Fig. 2

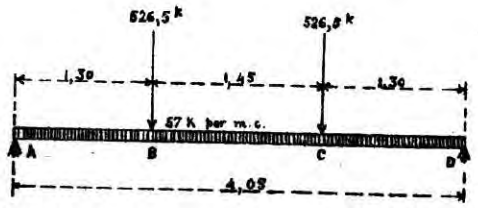


Fig. 5.

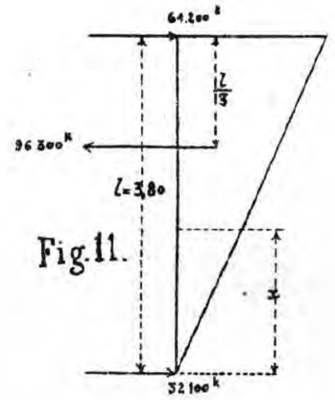


Fig. 11.

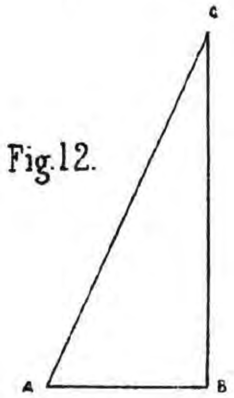


Fig. 12.

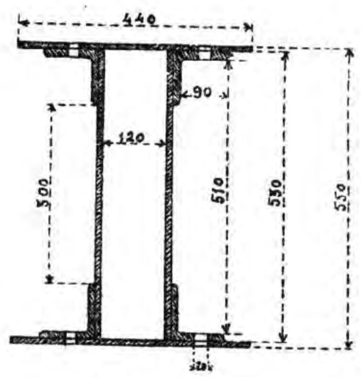


Fig. 18.

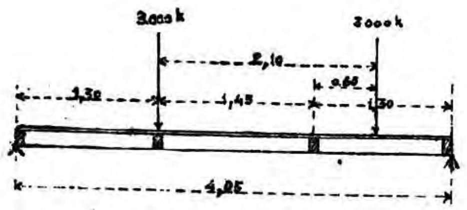


Fig. 3.

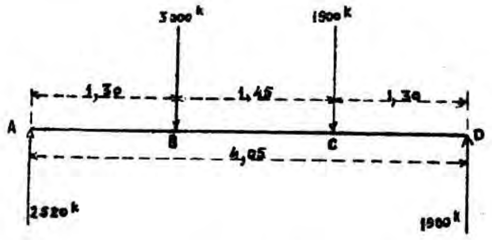


Fig. 4.

Fig. 19.

ESQUEMA DEL ARCO

ESCALA 0.01=1m

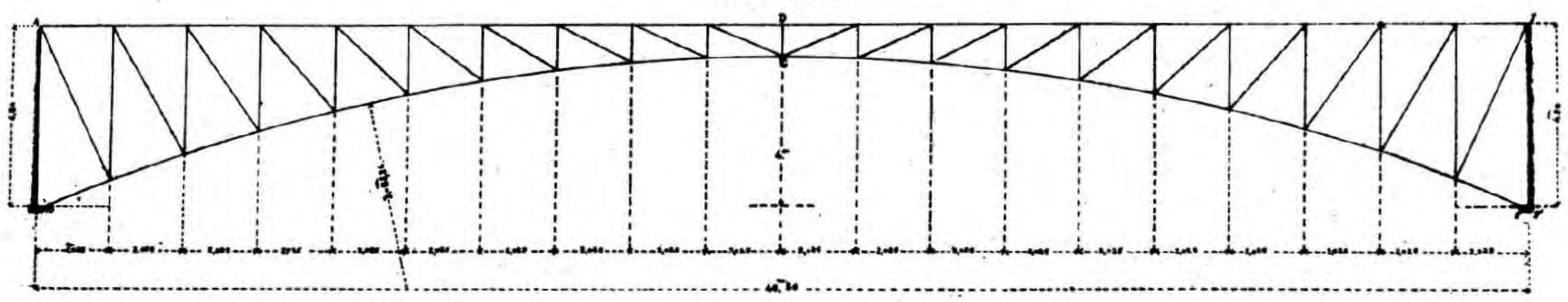


Fig. 21.

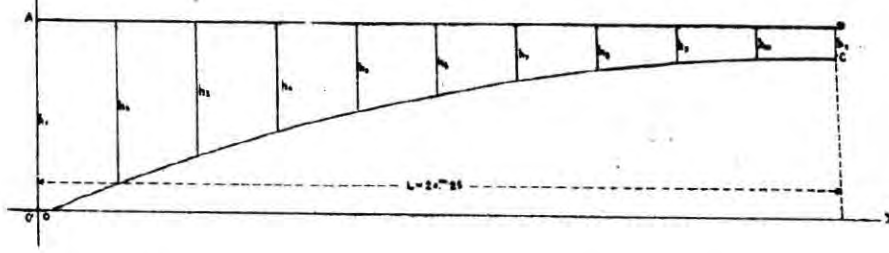


Fig. 20.

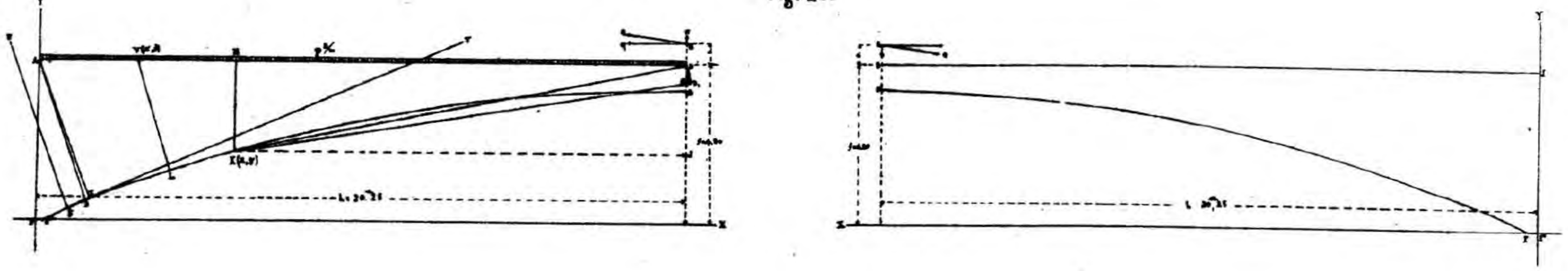
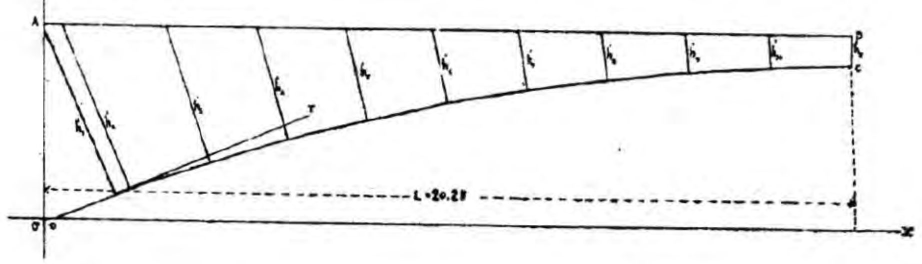


Fig. 22.



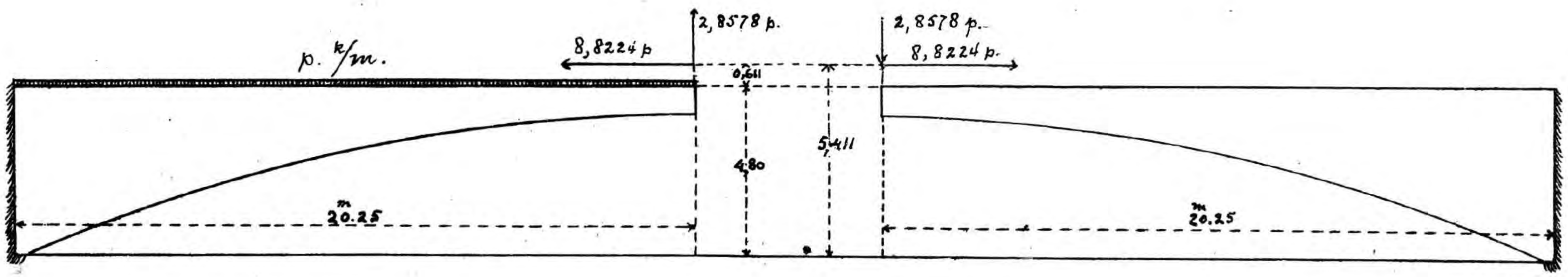


Fig. 23

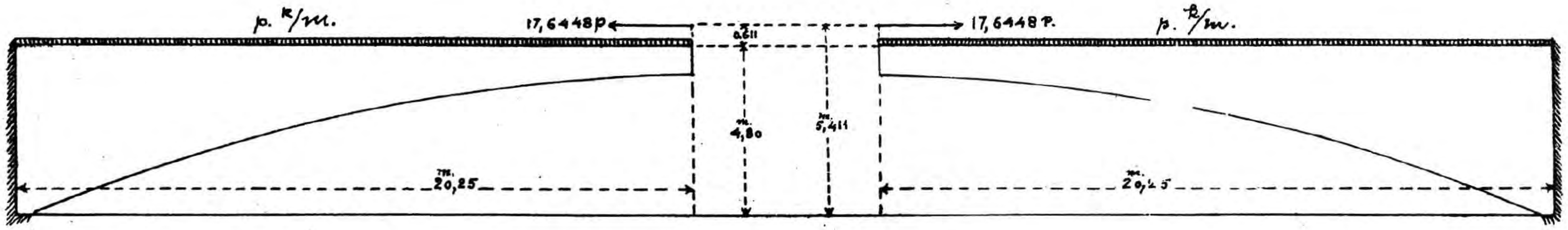


Fig. 24

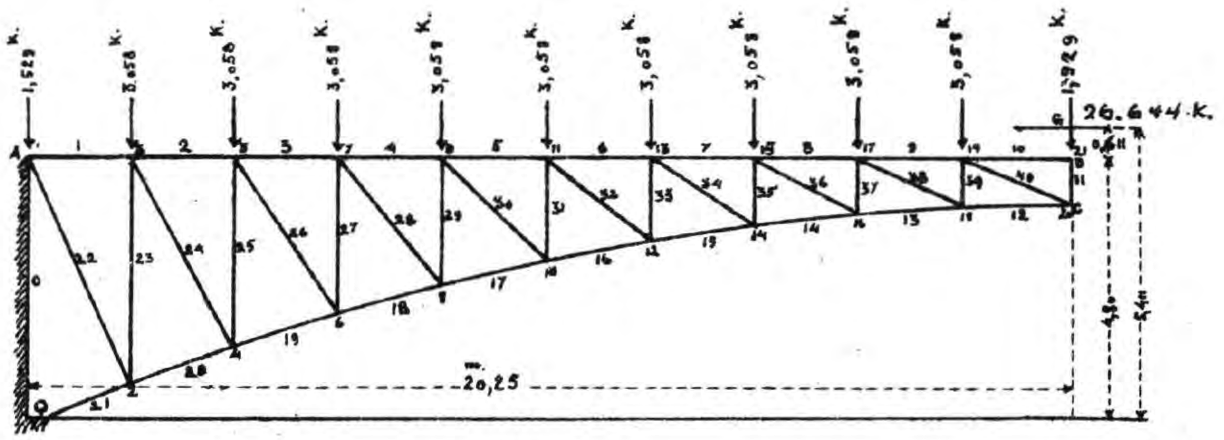


Fig. 25

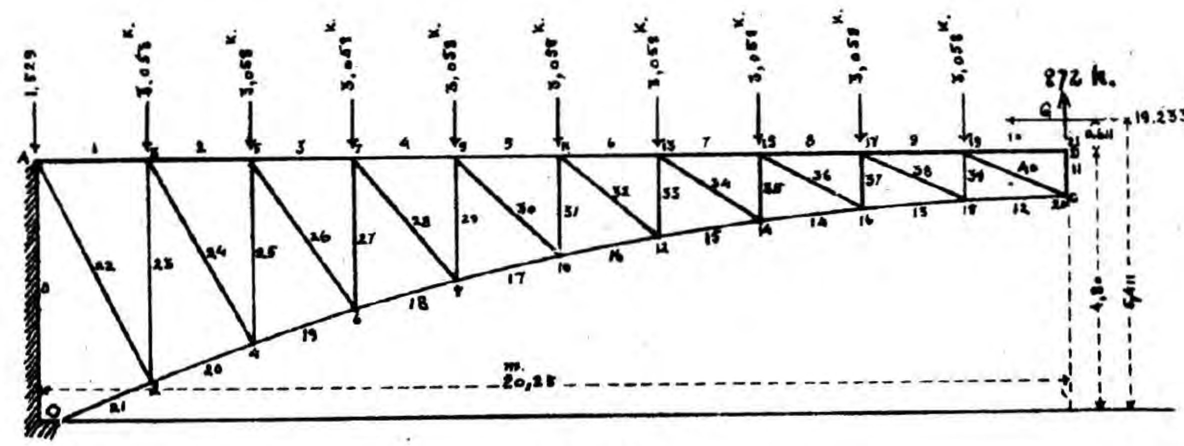


Fig. 26

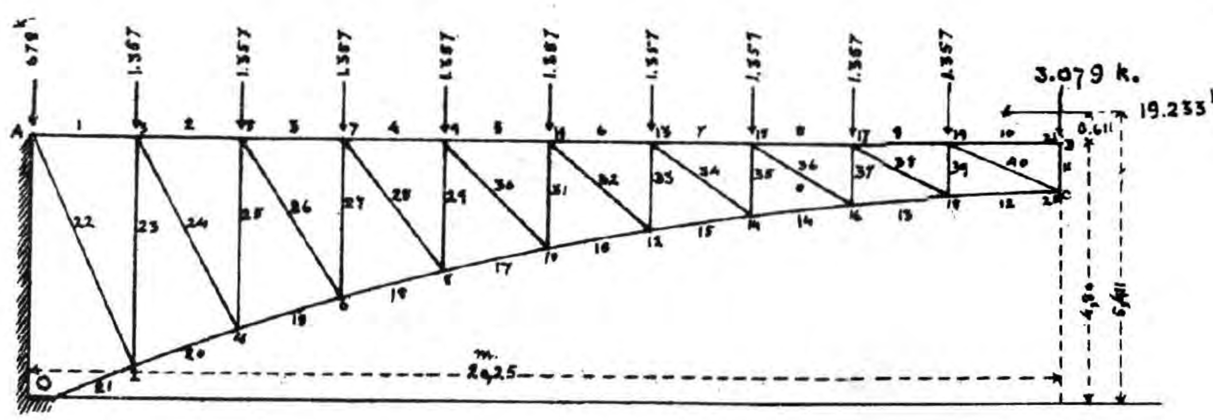


Fig. 27

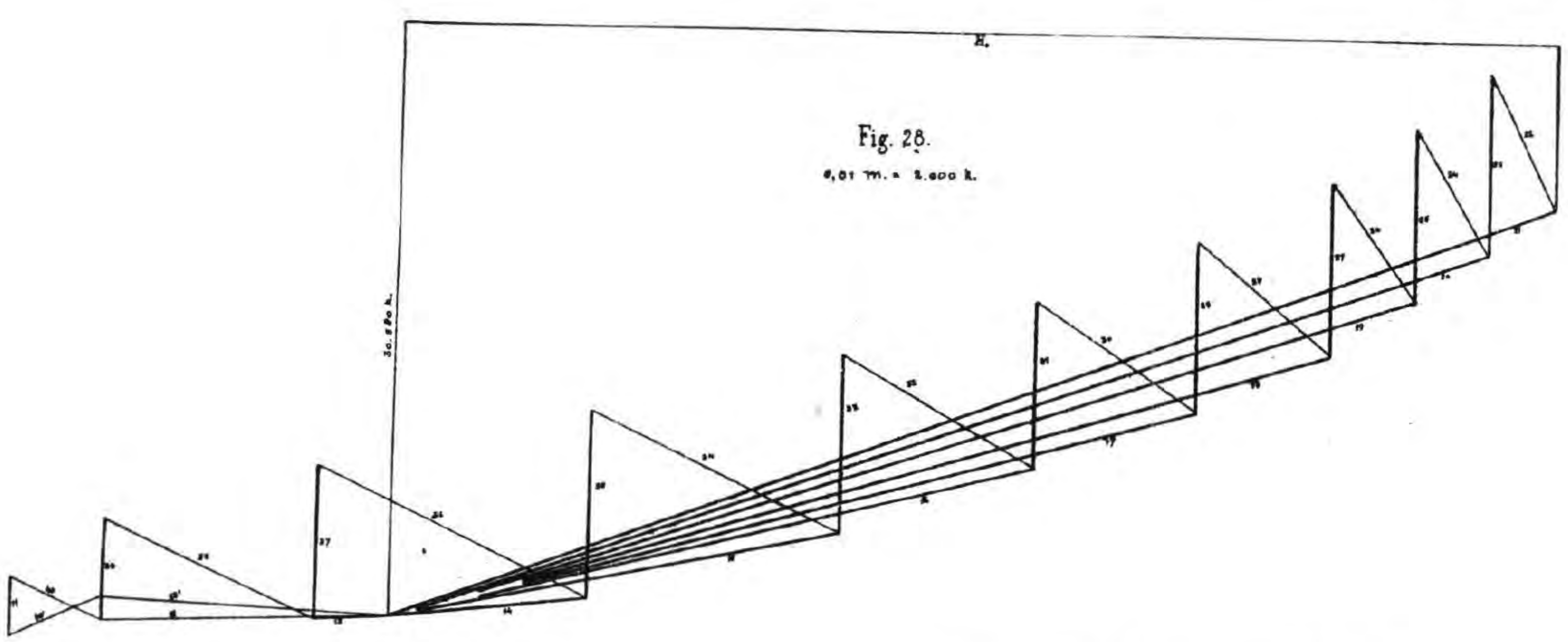


Fig. 28.
0,01 m. = 3.000 k.

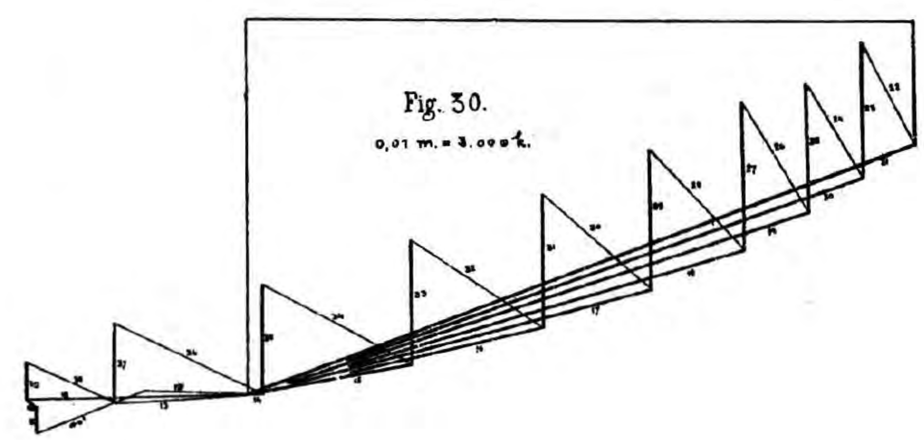


Fig. 30.
0,01 m. = 3.000 k.

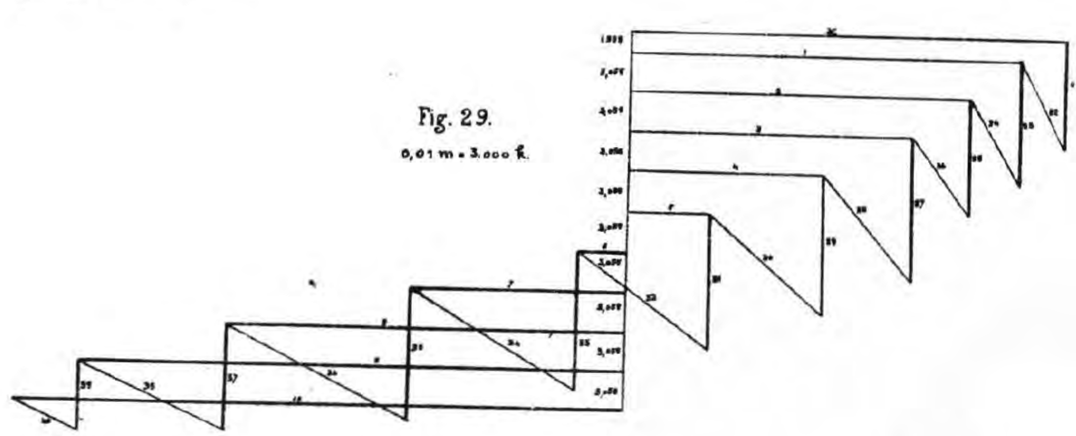


Fig. 29.
0,01 m. = 3.000 k.

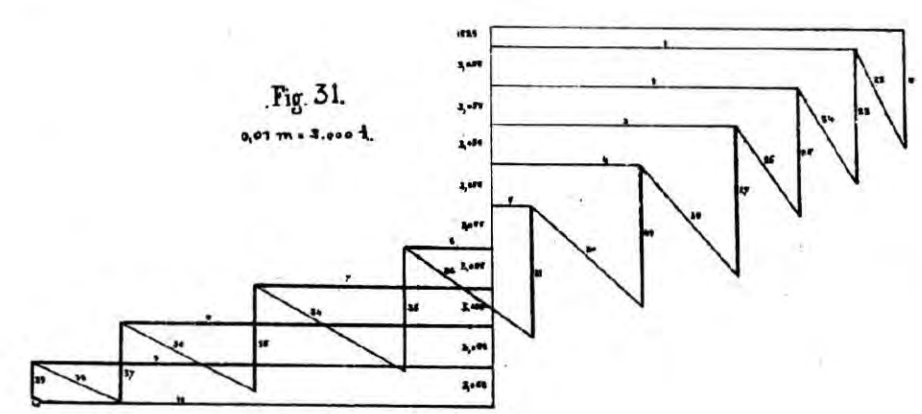


Fig. 31.
0,01 m. = 3.000 k.